МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ИНСТИТУТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО

НАЦИОНАЛНО ВЪНШНО ОЦЕНЯВАНЕ
ПО МАТЕМАТИКА – X клас, 16 юни 2025 година

Време за работа – 90 минути

Отговорите на задачите от 1. до 15. включително отбелязвайте в листа за отговори!

1. Стойността на израза $1-\sqrt{2}-\dfrac{1}{1-\sqrt{2}}$ е:

А) $\sqrt{2}$

Б) 2

В) $\sqrt{2}+1$

Г) $2\sqrt{2}$

2. Сборът от корените на уравнението $4x^2-7x-4=0$ е:

А) $-\dfrac{7}{4}$

Б) -1

В) 1

Г) $\dfrac{7}{4}$

3. Най-малкият корен на уравнението $\left(x^2-9\right)\left(\sqrt{x}-2\right)=0$ е:

А) -3

Б) 2

В) 3

Г) 4

4. При посещение на кинопрожекция група от 17 посетители е заплатила общо 308 лв. Цената на билета за едно дете е 14 лв., а за един възрастен е 24 лв. Ако броят на децата е x, а y е броят на възрастните, то коя от системите отразява зависимостта, чрез която може да се намери броят на децата в групата?

А) $\begin{vmatrix} x+y=17 \\ 14x+24y=308 \end{vmatrix}$

Б) $\begin{vmatrix} x+y=24 \\ 14x+17y=308 \end{vmatrix}$

В) $\begin{vmatrix} x+y=308 \\ 14x+24y=17 \end{vmatrix}$

Г) $\begin{vmatrix} x+y=17 \\ 24x+14y=308 \end{vmatrix}$

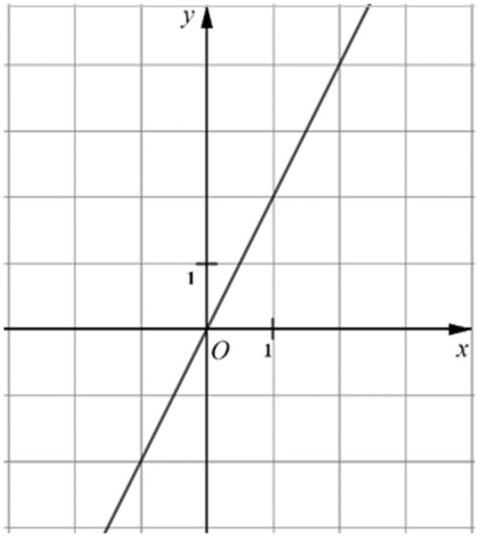
5. Графиката на коя от линейните функции е представена на чертежа?

А) $y=\frac{1}{2}x$

Б) $y=2x$

В) $y=4x$

Г) $y=\frac{1}{4}x$



6. Клиент изтегля кредит от 1000 лв. за срок от две години при 5% сложна годишна лихва. Сумата, която трябва да върне в края на втората година, е:

А) 1010,25 лв.

Б) 1050 лв.

В) 1100 лв.

Г) 1102,50 лв.

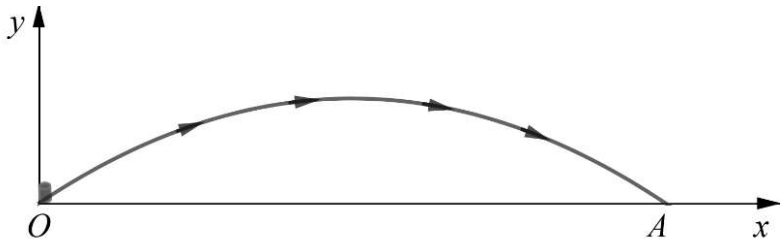
7. Пръскачка полива с вода тревната площ в градина. Струята вода описва част от парабола с уравнение $g(x) = -\frac{1}{9}x^2 + \frac{2}{3}x$, $x > 0$, както е показано на чертежа. Кое е най-голямото разстояние *OA*, до което достига струята вода?

А) 9 m

Б) 6 m

В) 3 m

Г) 2 m



8. Първият ден тренировката на спортист е с продължителност 30 минути. Всеки следващ ден продължителността ѝ се увеличава с 5 минути повече от предходния ден. Колко дни е тренирал спортистът, ако през последния ден тренировката му е с продължителност 1 час?

А) 5

Б) 6

В) 7

Г) 12

9. В обедното меню на един ресторант са включени 5 предястия, 8 основни ястия и 4 десерта. Колко са всички възможности да се поръча обяд, включващ по едно предястие, едно ястие и един десерт?

А) $5!.8!.4!$

Б) $5!+8!+4!$

В) $5.8.4$

Г) $5+8+4$

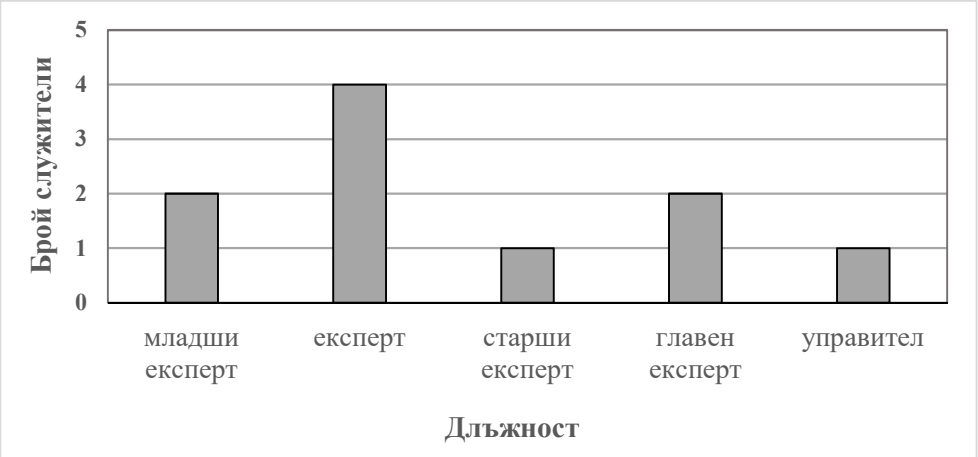
10. Диаграмата представя броя на служителите в една фирма според тяхната длъжност. Ако заплащането за час на младши експерт е 7 лв., на експерт е 10,50 лв., на старши експерт е 12 лв., на главен експерт е 16 лв. и на управител е 30 лв., то средното възнаграждение на служител от фирмата за час е:

А) 10,50 лв.

Б) 12 лв.

В) 13 лв.

Г) 13,50 лв.



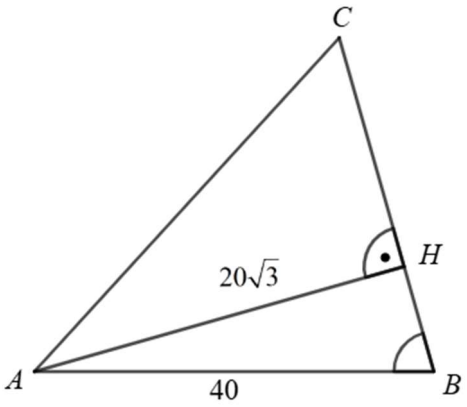
11. Височината AH $(H \in BC)$ в остроъгълния ΔABC има дължина $20\sqrt{3}$ cm. Ако $AB = 40$ cm, то $\sin \sphericalangle ABC$ е равен на:

А) $\frac{1}{4}$

Б) $\frac{1}{2}$

В) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Г) $\frac{\sqrt{3}}{2}$



12. Лицето на триъгълник с дължини на страните 8 cm, 10 cm и 12 cm е:

А) $30\,\text{cm}^2$

Б) $15\sqrt{7}\,\text{cm}^2$

В) $40\,\text{cm}^2$

Г) $16\sqrt{7}\,\text{cm}^2$

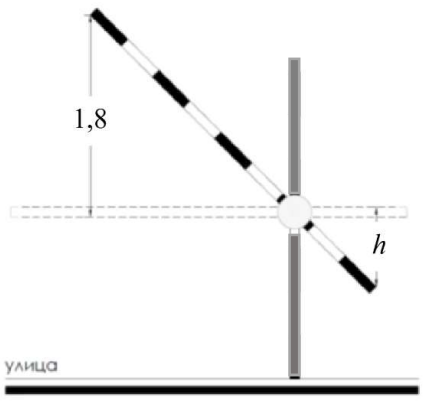
13. На чертежа е представена бариера на жп прелез, като късото рамо е с дължина 1 m, а дългото – с дължина 3 m. Ако при вдигане на бариерата краят на дългото рамо се издига на разстояние 1,8 m от хоризонталното положение на бариерата, то разстоянието h, на което се спуска късото рамо, е:

А) $0,6$ m

Б) $0,5$ m

В) $0,4$ m

Г) $0,3$ m



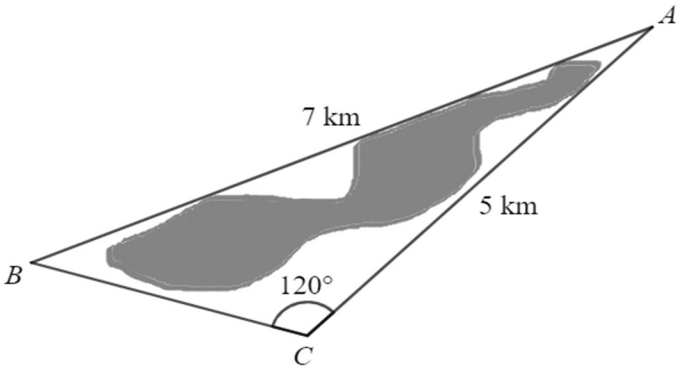
14. Три хотела A, B и C са разположени на брегове на езеро, както е показано на чертежа. Разстоянието между хотелите A и B по права линия е 7 km, а между A и C е 5 km. За да се построи пряк път между хотелите B и C, е необходимо да се намери разстоянието между тях по права линия. Колко километра е това разстояние?

А) 3 km

Б) $2\sqrt{3}$ km

В) $2\sqrt{6}$ km

Г) 8 km



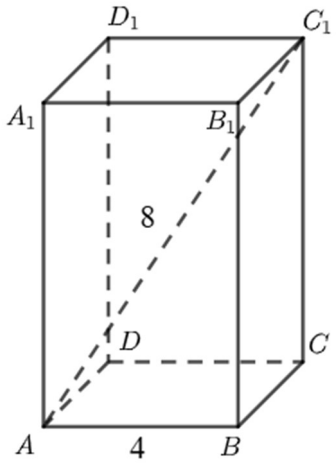
15. Обемът на правилна четириъгълна призма $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с основен ръб $AB = 4$ cm и диагонал $AC_1 = 8$ cm е:

А) 64 cm^3

Б) 128 cm^3

В) $64\sqrt{2}$ cm^3

Г) $128\sqrt{2}$ cm^3



Пълните решения с необходимите обосновки на задачите 16. и 17. запишете в листа за отговори на указаните за това места!

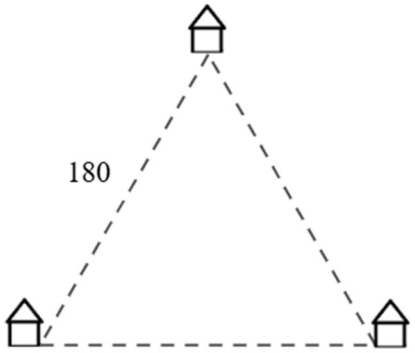
16. Дадени са уравнението $\left(x^2+x\right)^2 - 22\left(x^2+x\right) + 40 = 0$ и неравенството $\dfrac{x^2-9}{x^2-4} \geq 0.$

А) Решете уравнението.

Б) Решете неравенството.

В) Определете кои от корените на уравнението са решения на неравенството.

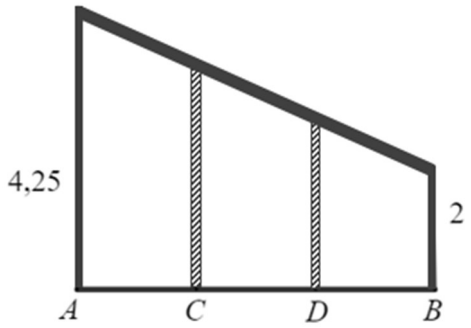
17. Три семейства имат къщи в общ парцел. Къщите са разположени във върховете на равностранен триъгълник със страна 180 m, както е показано на чертежа. Семействата имат общ кладенец, който е на равни разстояния от къщите им.



А) Намерете разстоянието от кладенеца до всяка от къщите.

Б) За захранване на къщата си с вода от кладенеца, едно от семействата закупило 100 m полипропиленова тръба. Достатъчно дълга ли е тази тръба, за да свърже кладенеца с къщата? Обосновете отговора си.

В) В парцела е изграден навес, укрепен в краищата с вертикални греди. Една от стените му е ограничена от две вертикални греди с дължини съответно 4,25 m и 2 m, както е показано на чертежа. Тя е допълнително укрепена с други две греди в точките C и D, така че разстоянията между всички вертикални греди са равни. Намерете дължините на двете допълнителни греди.



МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

ИНСТИТУТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО

НАЦИОНАЛНО ВЪНШНО ОЦЕНЯВАНЕ

ПО МАТЕМАТИКА – X клас, 16 юни 2025 година

Ключ с верните отговори

№ на задача	**Отговор**	**Брой точки**
1	Б	4
2	Г	4
3	В	4
4	А	4
5	Б	4
6	Г	4
7	Б	4
8	В	4
9	В	4
10	В	4
11	Г	4
12	Б	4
13	А	4
14	А	4
15	В	4
16 А)	$x_1 = -2;\ x_2 = 1;\ x_3 = -5;\ x_4 = 4$	**10 точки**
16 Б)	$x \in (-\infty; -3] \cup (-2; 2) \cup [3; +\infty)$	**8 точки**
16 В)	Корените на уравнението -5; 1; 4 са решения на неравенството. Коренът -2 не е решение.	**2 точки**
17 А)	Разстоянието от кладенеца до всяка от къщите е $60\sqrt{3}$ m.	**6 точки**
17 Б)	Дължината на тръбата няма да бъде достатъчна, за да свърже кладенеца с къщата, тъй като $60\sqrt{3} > 100$.	**4 точки**
17 В)	Дължините на допълнителните греди в точките C и D са съответно 3,5 m и 2,75 m.	**10 точки**

Предложените решения на задачи с номера 16. и 17. са примерни. Всяко друго вярно и пълно решение се оценява с максимален брой точки. При оценяване на непълно решение, различно от предложените, се присъждат точки според получените междинни резултати.

Задача 16. *Примерно решение*:

А) $\left(x^2+x\right)^2-22\left(x^2+x\right)+40=0$

Полагаме $y=x^2+x.$

$y^2-22y+40=0$

$D=11^2-40=121-40=81$

$y_{1,2}=\dfrac{11\pm\sqrt{81}}{1}=11\pm 9$

$y_1=11-9$ или $y_2=11+9$

$y_1=2 \qquad y_2=20$

От $y=x^2+x$ следва, че:

$x^2+x=2$ или $x^2+x=20$

$x^2+x-2=0 \qquad x^2+x-20=0$

$x_1=-2;\ x_2=1 \qquad x_3=-5;\ x_4=4$

$x\in\{-5;-2;1;4\}$

Б) $\dfrac{x^2-9}{x^2-4}\geq 0\Rightarrow\dfrac{(x-3)(x+3)}{(x-2)(x+2)}\geq 0$

$$\begin{vmatrix}(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)\geq 0\\ x\neq\pm 2\end{vmatrix}$$

$\Rightarrow x\in(-\infty;-3]\cup(-2;2)\cup[3;+\infty)$

В) Коренът -2 не е решение на неравенството.

Корените на уравнението $-5;\ 1;\ 4$ са решения на неравенството.

Задача 17. *Примерно решение*:

А) Къщите са разположени в трите върха на равностранен триъгълник със страна 180 m.

Кладенецът е в центъра на описаната около равностранния триъгълник окръжност.

Разстоянието от кладенеца до всяка от къщите е дължината на радиуса R на описаната около триъгълника окръжност.

$$2R = \frac{AB}{\sin 60°} \Rightarrow R = \frac{AB}{2\sin 60°} = \frac{180}{2.\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{180}{\sqrt{3}} = \frac{180.\sqrt{3}}{\sqrt{3}.\sqrt{3}} = \frac{180.\sqrt{3}}{3} \Rightarrow R = 60\sqrt{3}\ \text{m}$$

Разстоянието от кладенеца до всяка от къщите е $60\sqrt{3}$ m .

Б) Разстоянието от кладенеца до къщата е $60\sqrt{3} = \sqrt{10800}$.

Дължината на тръбата е $100 = \sqrt{10000}$.

$\sqrt{10800} > \sqrt{10000}$

Тъй като $60\sqrt{3} > 100$, следователно дължината на тръбата няма да бъде достатъчна, за да свърже кладенеца с къщата.

В) Означаваме дължината на допълнителната греда в точка C с x, а дължината на гредата в точката D – с y.

По условие разстоянията между гредите са равни. Следователно $AC = CD = DB$.

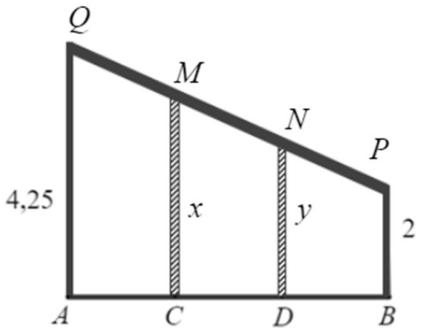
Гредата в точката C се явява средна отсечка в правоъгълния трапец $ADNQ$.

Тогава дължината x на гредата в точка C е:

$$x = \frac{4,25 + y}{2} \Rightarrow y = 2x - 4,25 \quad (1).$$

От друга страна дължината на гредата в точката D е средна отсечка в правоъгълния трапец $CBPM$.

Следователно дължината на гредата в точката D е:



$$y = \frac{x + 2}{2} \quad (2)$$

От (1) и (2) $\Rightarrow 2x - 4,25 = \frac{x+2}{2}$

$4x - 8,5 = x + 2$

$3x = 10,5$

$x = 3,5$ m

Следователно дължината на гредата в точката C е 3,5 m.

Заместваме намерената стойност за x в (2):

$y = 2x - 4,25 \Rightarrow y = 2.3,5 - 4,25 = 7 - 4,25 = 2,75$ m

Следователно дължината на гредата в точката D е 2,75 m.

Извод: Дължините на допълнителните греди в точките C и D са съответно 3,5 m и 2,75 m.